

熱誘電直接発電に関する研究 (そのⅡ)

熱誘電直接発電器 (帰還充放電方式) の最適動作について

藤 本 三 治^{*} 松 本 忠^{**}

Studies on the Thermoelectric Generator Part (II)

On the Optimum Operations of the Thermoelectric Generator (The Feedbacked Charge-discharge Type)

Sanji FUJIMOTO

Tadashi MATSUMOTO

The thermoelectric generator is a new kind of generators, which converts directly the thermal energy to the electrical energy. This principle is based on the fact that the static capacitance of ferroelectric material such as barium titanate and its solid solution varies with a heat cycle.

Although the theoretical analyses of this generator have been studied by Clingman, Moore and Childress, these were imperfect on the points of view of engineering, for the effects of load resistance and heat cycle are not considered in their discussions on the characteristics of this generator.

The purpose of this paper is to investigate the conditions for optimizing the useful output power and the effective efficiency (namely, the ratio of useful electrical energy to input thermal energy) of this generator. In order to launch out those, temperature, specific dielectric constant, static capacitance and so on of thermoelectric element were derived theoretically assuming the heat cycle to be a sinusoidal wave and later verified them experimentally. By the use of these results, the electrical equivalent circuit was obtained, and from which the useful output power and effective efficiency was expressed as functions of the load resistance and the heat cycle.

In this case, however, the voltage dependence of thermoelectric element was neglected.

According to these results, it is necessary to satisfy the following conditions in order to make this generator operate under the optimum condition;

- (1) $R_L = 1/(2\pi f C_a)$, where R_L is a load resistance, f is a frequency of heat cycle and C_a is an average capacitance of thermoelectric element.
- (2) $f = f_{opt}$, where f_{opt} is the optimum frequency of heat cycle which makes the useful output power maximum under the condition of (1).

If the frequency of heat cycle becomes greater than f_{opt} , the output power and efficiency gradually may tend to zero, since the variation of temperature of thermoelectric element may decrease.

When the thermal environment and the characteristics of thermoelectric element are determined, the optimum design of this generator can be realized by using the analytical results in this paper.

Finally, it is here related that the experimental results obtained by the use of $[\text{BaTiO}_3 + \text{CaSnO}_3]$ ceramic, the Curie temperature of which being about 287°K, agreed considerably with the theoretical values.

* 前 福井大学教授 ** 福井大学講師
現 大阪大学工教教授

1 緒 言

熱誘電直接発電器に関する理論的解析としてすでに Clingman, Moore 両氏⁽¹⁾と Childress 氏⁽²⁾の論文が発表されている。しかしながら、これら論文は熱誘電直接発電器の熱→電気変換という物理的な立場に立って取り扱ったもので負荷の効果および熱サイクル数の依存性など工学的諸事項を全然考慮に入れていない。

筆者らはさきに発表した熱誘電直接発電器の結果⁽³⁾にもとづいて、工学的な見地から負荷に電力を取り出す場合を勘案して本発電器の理論を取り扱い、これを最適状態で動作させるための熱サイクル数や出力を最大とする負荷などを求め、一応設計の基礎を確立したので報告する。

2 熱サイクルによる素子温度、比誘電率、静電容量および無負荷電圧の変化⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾

熱誘電直接発電の原理は次のようである。強誘電体の比誘電率 ϵ_r はキュリー点付近で最大、これ以上の温度ではキュリー・ワイスの法則にしたがって減少する。このような特性をもった強誘電体を誘電材料とした平行板コンデンサを作り、これを熱誘電素子として Fig. 1 のような熱サイクルを与える。すなわち、この素子をキュリー点よりわずかに高い温度 T_1 に保ち(状態0) Fig. 2 のように接続してスイッチ S_1 を閉じ等温的に充電する。この温度における素子の比誘電率を ϵ_{r1} 、静電容量を C_1 、電源電圧を V_1 とするとコンデンサに充電された電荷 Q は $Q_1 = C_1 \cdot V_1$ になる(状態1)ここでスイッチ S_1 を開放し、コンデンサの電荷 Q_1 を一定に保ったままこれを T_1 より高い温度 T_2 まで加熱すると素子の比誘電率 ϵ_r は ϵ_{r2} に、静電容量は C_2 に減少するのでその端子電圧は $Q_1 = C_2 \cdot V_2$ を満足する V_2 となり状態2に移る。したがって、上の二式より

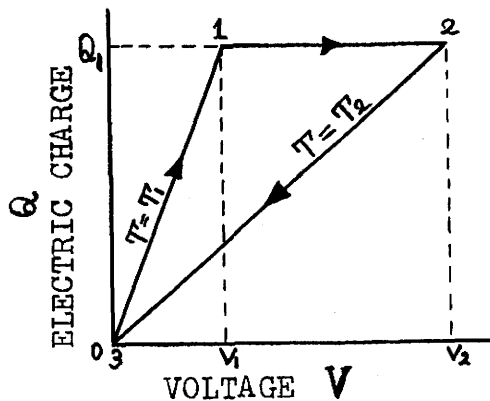


Fig. 1 Diagram of heat cycle.

が得られ、端子電圧は V_1 の $C_1/C_2 (>1)$ 倍となる。

$$V_2 = (C_1/C_2) \cdot V_1 = (\epsilon_{r1}/\epsilon_{r2}) \cdot V_1 \quad \dots\dots(1)$$

また、このとき加熱によって熱エネルギーより変換される電気エネルギー ΔW は

$$\Delta W = (C_1/C_2 - 1) C_1 V_1^2 / 2 \quad \dots\dots(2)$$

と与えられる。この電気エネルギー ΔW を外部回路へ取り出すにはスイッチ S_2 を閉じ、負荷 Z_L を通して放電させればよい(状態3)。その後、素子の温度 T_2 を T_1 まで冷却すれば $Q=0$, $V=0$ となり、もとの状態0に戻り、これで1サイクル完了する。以後このような操作を繰り返せば継続して負荷に電気エネルギーを供給することができる。

以上のようにサイクルごとに充放電を繰り返し、しかも放電の際、エネルギーの一部を電源 V_1 へ帰還している Fig. 2 の場合を帰還充放電方式と呼ぶ⁽⁹⁾。

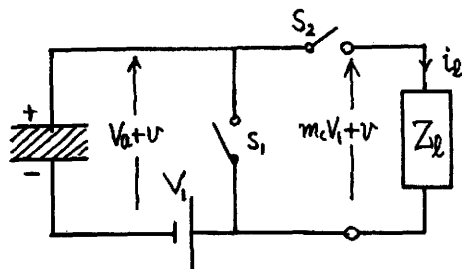


Fig. 2 Basic circuit of thermoelectric generator

2・1 素子の温度変化 いま、厚さ $d(m)$ なる熱誘電素子の表面より平均温度 $T_a(^{\circ}K)$ 、振幅 $\Delta T_0(^{\circ}K)$ および熱サイクル数 $f=\omega/2\pi(c/s)$ なる正弦波状熱、すなわち

$$T_s(t)=T_a+\Delta T_0\cos\omega t=T_a(1+M_{T0}\cos\omega t) \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$M_{T0}=\Delta T_0/T_a \quad (\text{熱源すなわち表面温度変化率})$$

を加え、裏面からあたかも素子が無限に続くともなせるよう吸熱を行なうものとすれば、素子中の熱拡散は無限大厚と同じような取り扱いができ1次元の問題となる。

このような場合、素子の厚み方向を x 軸とし、この正方向に熱が伝わるものとする熱拡散方程式は

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = K \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots(4)$$

と与えられる。ここに $T(x,t)$ は表面から任意の距離における素子温度 ($^{\circ}K$)、 $K=k/(\rho s)$ 、 k は熱伝導率 ($J/(s\cdot m\cdot^{\circ}K)$)、 ρ は密度 (Kg/m^3) および s は比熱 ($J/(Kg\cdot^{\circ}K)$) である。したがって、任意の距離および時刻の温度は(4)式を解いて

$$T(x,t) = T_a + \Delta T_0 e^{-\sqrt{\frac{\pi f}{K}} \cdot x} \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\pi f}{K}} \cdot x\right) \quad \dots\dots\dots(5)$$

と得られる。いま、厚さ $x=d/2$ なる点の温度を素子の温度 $T(t)$ とすれば (付録[I]参照) (5)式から

$$\begin{aligned} T(t) &= T_a + \Delta T \cos(\omega t - \phi) \\ &= T_a \{ 1 + m_r \cos(\omega t - \phi) \} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで } \Delta T &= \Delta T_0 e^{-\gamma \sqrt{f}} & \phi &= \gamma \sqrt{f} \\ m_r &= \Delta T/T_a = M_{T0} e^{-\gamma \sqrt{f}} \leq 1 & \gamma &= \xi \sqrt{\frac{\pi d^2}{4K}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

ξ は補正係数 (2・5 参照) である。(7)式の m_r は $f(c/s)$ なる熱サイクル中におかれた素子の温度変化率であるので、 $f \rightarrow 0$ とすれば熱源の温度変化率 M_{T0} に一致し、 f の増大につれて指数関数的に減少してゆくことがわかる。また、素子温度波(6)式は熱源に対して ϕ (rad.) の位相遅れを有し、 f が増大すれば ϕ も大きくなる。

次に素子の最低および最高温度をそれぞれ T_1 、 T_2 とすれば(6)式から

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= T_a - \Delta T = T_a(1 - m_r) = T_a(1 - M_{T0} e^{-\gamma \sqrt{f}}) & (a) \\ T_2 &= T_a + \Delta T = T_a(1 + m_r) = T_a(1 + M_{T0} e^{-\gamma \sqrt{f}}) & (b) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(8)$$

となる。したがって、 $f(c/s)$ なる熱サイクル中におかれた素子の最高温度差 ($T_2 - T_1$) は(7)、(8)式から

$$T_2 - T_1 = 2\Delta T = 2\Delta T_0 e^{-\gamma \sqrt{f}} \quad \dots\dots\dots(9)$$

と与えられる。ゆえに $f \rightarrow \infty$ になれば素子温度の変化はなくなり熱源の平均温度 T_a に一致する。また、逆に $f \rightarrow 0$ になれば素子の温度差は最大となってその値は $2\Delta T_0$ になる。

2・2 比誘電率および静電容量の変化 熱サイクルによって素子温度が(6)式のように変化すれば、素子の比誘電率 ϵ_r ははキュリー・ワイスの法則

$$\epsilon_r(t) = C^*/\{T(t) - T_c\} \quad \dots\dots\dots(10)$$

に従うから、(10)式に(6)式を代入すると

$$\begin{aligned} \epsilon_r(t) &\cong \epsilon_{ra} - \Delta \epsilon_r \cos(\omega t - \phi) \\ &= \epsilon_{ra} \{ 1 - m_{\epsilon_r} \cos(\omega t - \phi) \} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(11)$$

となる。ここで、 C^* 、 T_c はそれぞれ素子のキュリー定数およびキュリー温度であり、かつ $T_1 \geq T_c$

に選んで動作させることは前述のとおりである。ここで(11)式の各パラメーターは

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ra} &= C^*/(T_a - T_c) & (a) \\ \Delta \varepsilon_r &= \Delta \varepsilon_{r0} e^{-r\sqrt{f}} = C^* \Delta T / (T_a - T_c)^2 & (b) \\ \Delta \varepsilon_{r0} &= C^* \Delta T_0 / (T_a - T_c)^2 & (c) \\ m\varepsilon_r &= \Delta \varepsilon_r / \varepsilon_{ra} = M\varepsilon_{r0} e^{-r\sqrt{f}} = \Delta T / (T_a - T_c) & (d) \\ M\varepsilon_{r0} &= \Delta T_0 / (T_a - T_c) & (e) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

であって、(a)~(e)式はそれぞれ平均比誘電率、 f (c/s)なる熱サイクル中におかれた素子の ΔT に対する比誘電率変化量、 $f \rightarrow 0$ のときの $\Delta \varepsilon_r$ 、 f (c/s)なるときの比誘電率の変化率および $f \rightarrow 0$ のときの比誘電率の変化率を表わす。

また最低温度が T_1 および最高温度が T_2 なるときの比誘電率をそれぞれ ε_{r1} 、 ε_{r2} とすれば(11)式から

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{r1} &= \varepsilon_{ra} (1 + m\varepsilon_r) = \varepsilon_{ra} (1 + M\varepsilon_{r0} e^{-r\sqrt{f}}) & (a) \\ \varepsilon_{r2} &= \varepsilon_{ra} (1 - m\varepsilon_r) = \varepsilon_{ra} (1 - M\varepsilon_{r0} e^{-r\sqrt{f}}) & (b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

のようになり、これより熱サイクル数 f に対する変化がわかる。

次に素子の面積 S (m^2)、厚さ d (m)とすれば、その静電容量 C (t) (F)は

$$C(t) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(t) S / d \dots\dots\dots (14)$$

で示され、 $\varepsilon_r(t)$ は(11)式によって与えられているので熱サイクルによる静電容量の変化はこれを $\varepsilon_0 S/d$ 倍して得られる。したがって、その変化は $\varepsilon_r(t)$ と全く同様になり任意の f 、 t に対して

$$\begin{aligned} C(t) &\simeq C_a - \Delta C \cos(\omega t - \phi) \\ &= C_a \{1 - m_c \cos(\omega t - \phi)\} \end{aligned} \dots\dots\dots (15)$$

のように表わされる。ここに

$$\left. \begin{aligned} C_a &= (\varepsilon_0 S / d) \cdot C^* / (T_a - T_c) & (a) \\ \Delta C &= (\varepsilon_0 S / d) \cdot \Delta \varepsilon_r = (\varepsilon_0 S / d) C^* \Delta T / (T_a - T_c)^2 = \Delta C_0 e^{-r\sqrt{f}} & (b) \\ \Delta C_0 &= (\varepsilon_0 S / d) \cdot \Delta \varepsilon_{r0} = (\varepsilon_0 S / d) \cdot C^* \Delta T_0 / (T_a - T_c)^2 & (c) \\ m_c &= \Delta C / C_a = \Delta T / (T_a - T_c) = M_{c0} e^{-r\sqrt{f}} = m\varepsilon_r & (d) \\ M_{c0} &= \Delta T_0 / (T_a - T_c) = M\varepsilon_{r0} & (e) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ただし、 C_a は平均静電容量 (F)、 ΔC は熱サイクル数 f なるときの ΔT に対する静電容量変化量 (F)、 ΔC_0 は $f \rightarrow 0$ なるときの ΔC (F)、 m_c は f なるときの静電容量変化率であって、 M_{c0} は $f \rightarrow 0$ のときの m_c である。

また、温度 T_1 、 T_2 のときの静電容量をそれぞれ C_1 、 C_2 とすれば(15)式から

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= C_a (1 + m_c) = C_a (1 + M_{c0} e^{-r\sqrt{f}}) & (a) \\ C_2 &= C_a (1 - m_c) = C_a (1 - M_{c0} e^{-r\sqrt{f}}) & (b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

となる。

さらに(6)式を(11)式および(15)式と比較すれば素子の温度変化は比誘電率および静電容量の変化とは逆相であり、前者は熱源より ϕ 、後者らは $\phi + \pi$ の位相遅れを有することがわかる。しかも ΔT 、 $\Delta \varepsilon_r$ および ΔC などは熱サイクル数 f に関してすべて $e^{-r\sqrt{f}}$ の形で変化するが、一方これら諸量の平均量 T_a 、 ε_{ra} 、 C_a などは f に無関係に一定である。

なお、熱源温度、素子温度、比誘電率および静電容量は(7)、(12)式および(16)式で互に関係づけられているから、これらのうち一つを正確に測定すれば他の諸量は容易に算出することができる。

2・3 無負荷電圧の変化 熱サイクルが素子に与えられたとき発生する無負荷電圧の変化について考えることにする。簡単のため素子の静電容量は熱サイクルのみによって変化し、電圧の大

きさには関係しないものと仮定する。

いま、素子を最低温度 T_1 (すなわち静電容量 C_1) の瞬間に電圧 V_1 なる直流電源で充電し、これに電荷 $Q_1(C)$ を与えるものとする(17a) および(16式より

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1 \cdot V_1 = C_a (1 + m_c) \cdot V_1 \\ &= [\epsilon_0 C \cdot S / \{d(T_a - T_c)\}] (1 + m_c) V_1 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(18)$$

になる。その後、加熱によって素子の静電容量は(16式にしたがって変化するので、その端子電圧は上昇し任意温度 (すなわち任意の時刻) における無負荷発生電圧 $V(t)$ は(15式および(18式から

$$\begin{aligned} V(t) &= Q_1 / C(t) = V_a / \{1 - m_c \cos(\omega t - \phi)\} \\ &\simeq V_a \{1 + m_v \cos(\omega t - \phi)\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここで、 $V_a = Q_1 / C_a = (1 + m_c) V_1 = 2\Delta TV_1 / (T_a - T_c)$ (a)

$$m_v = \Delta V / V_a = \Delta T / (T_a - T_c) = m_c = m_{\epsilon} \quad (b) \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$\Delta V = m_c Q_1 / C_a = m_c V_a \quad (c)$$

である。

素子が最高温度 T_2 のときの端子電圧 V_2 は(19式で $\cos(\omega t - \phi) = 1$ とおいて得られるので(20a)式と組み合わせると、本器の無負荷電圧利得は

$$G_v = V_2 / V_1 = (1 + m_c) / (1 - m_c) \quad \dots\dots\dots(21)$$

となり、これに(17式を代入すると(1)式に一致する。

2・4 無負荷電圧の熱サイクル依存性 本発電器の無負荷発生電圧は(19式で与えられ、素子の温度変化と同相であるが、比誘電率および静電容量変化とは逆相である。このことは前報の実験結果よりも明らかである⁽³⁾。しかし、熱サイクル数 f が高くなると素子の温度変化率が小さくなり、これに伴って誘電率および静電容量の変化率も小さくなるので当然発生電圧は減少する。

この模様を知るため(16d)式の m_c を(2)式に代入すると

$$G_v = (1 + M_{c0} e^{-r\sqrt{f}}) / (1 - M_{c0} e^{-r\sqrt{f}}) \quad \dots\dots\dots(22)$$

となる。(2)式で $m_c \simeq 1$ または(22式で $M_{c0} \simeq 1$ 、かつ、 f が小さいとすると電圧利得が非常に大きな値となることがわかり、このことは本発電器によって容易に高電圧が得られることを示している。

なお、素子の m_c は印加電圧がある値を越えると小さくなるので、同一の熱サイクルを与えた場合には充電電圧 V_1 が充分大きくなると G_v は小さくなる⁽³⁾。

2・5 実験結果 2・1節においては熱サイクルを与えるのに熱誘電素子を固定し、これに(3)式のような正弦波状の加熱を行なうと考えた(前報⁽³⁾の静的特性がこれに相当する)が、立場をかえてFig. 3のように $T_a + \Delta T_0(^{\circ}K)$ なる加熱源と $T_a - \Delta T_0(^{\circ}K)$ なる冷却源を固定しその間に素子を置いて ω なる角速度で回転させても(3)式で示す熱サイクルを与えることになる(前報⁽³⁾の動的特性に相当する)。後者は素子に連続的に熱サイクルを与えることができ、実験

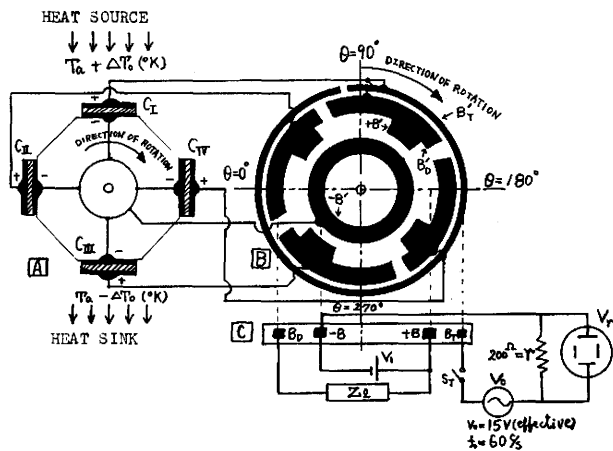


Fig. 3 Schematic diagram of the apparatus

も容易であるので本実験はこの方法で行なった。素子には Table. 1 のような $[\text{BaTiO}_3 + \text{CaSnO}_3]$ 系正方形磁器薄板を用い、これを熱照射の中で種々の速度で回転させ、そのときの素子の温度、比誘電率、静電容量および無負荷発生電圧の変化を調べ前述の理論と比較検討した。

(i) 実験装置および素子温度 $T(t)$ 、静電容量 $C(t)$ の変化。実験装置および測定法は根本的には前報⁽³⁾の動的特性のそれとほとんど同じであるが、素子数を増すとともにスイッチ機構に改良を加えたので今回の装置の概要を述べておく。

Fig. 3 は発電装置の概略であって、正八角面柱 A の体心、円板 B および矩形板 C の中心が一本の軸上にこの順に取り付けられているが、 A と B とは軸と一体となって同じ周期で回転し、 C は B と対向して固定されている。4 個の素子 $\text{C}_I \sim \text{C}_{IV}$ はポリエステル板製正八角面柱上の一面おきに貼りつけられ、体心を通る柱軸が回転軸となっている。素子に熱サイクルを与えるには A を 500W 赤外線電球（熱照射を行なう）と送風機の間に置き、一定の速さで時計方向に回転させる。 B は直径 14 cm のアクリル系樹脂絶縁円板で外側より三段にわたって $[\text{B}'_T]$ 、適当な長さ（素子の加熱、冷却のタイミングに合わせる）の銅箔帯 $[\text{B}'_D, +\text{B}']$ および $[-\text{B}']$ が貼りつけられ、同じ絶縁矩形板 C は B の銅箔帯に対応して接点 $[\text{B}_T]$ 、 $[\text{B}_D]$ 、 $[\text{B}_I]$ 、 $[\text{B}_O]$ をもちスプリングで軽く B を圧着している。 B 、 C は Fig. 2 のスイッチ S_1 、 S_2 の機構となるもので、たとえば素子 C_I について考えると充電が 180° から 360° までの冷却期間に、また放電は 0° から 180° までの加熱期間に行なわれなければならないので、 B 上の銅箔帯 $[\text{B}'_D, +\text{B}']$ の長さもこれに対応させて適当な長さにしておく。さて、この充電は

$$+V_1 \rightarrow +\text{B} \rightarrow +\text{B}' \rightarrow +\text{C}_I \rightarrow -\text{C}_I \rightarrow -\text{B}' \rightarrow -\text{B} \rightarrow -V_1$$

なるループで行なわれ、負荷 Z_L への放電は素子がさらに 180° 回転したとき

$$+\text{C}_I \rightarrow \text{B}'_D \rightarrow \text{B}_D \rightarrow Z_L \rightarrow +\text{B} \rightarrow V_1 \rightarrow -\text{B} \rightarrow -\text{B}' \rightarrow -\text{C}_I$$

なるループで行なわれる。ここで、素子の位置 θ を示すのに素子面の法線が加熱線と同一方向であるときを 90° 、冷却面と一致するときを 270° と決めている。

また、加熱、冷却の熱サイクル下における素子の静電容量（すなわち、比誘電率）および温度の各位置 (θ) に対する分布を求めるには Fig. 3 で Z_L および V_1 をとり去り、 S_T を閉じて

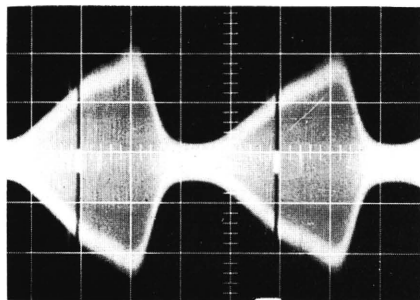
$$V_0 \rightarrow \text{B}_T \rightarrow \text{B}'_T \rightarrow +\text{C}_I \rightarrow -\text{C}_I \rightarrow -\text{B}' \rightarrow -\text{B} \rightarrow r \rightarrow V_0$$

なるループで r の端子電圧 V_r をシンクロ・スコープで記録したのち、同一素子を恒温槽に入れてこの V_r を温度で校正すれば、 V_r は回転時の温度、すなわち静電容量を示すことになる。（ただし、 r は素子のインピーダンスより十分小さいとする）Fig. 4 は熱サイクル数、すなわち回転速度 $f = 0.06, 0.2$ および $0.3(\text{c/s})$ のときの V_r を示す。写真中の黒縦線は B'_T の開路により与えた θ 表示マークで、この場合 $\theta = 270^\circ$ である。これら V_r から校正曲線 (Fig. 5) を用いて求めた温度および静電容量を Fig. 6 に示す。

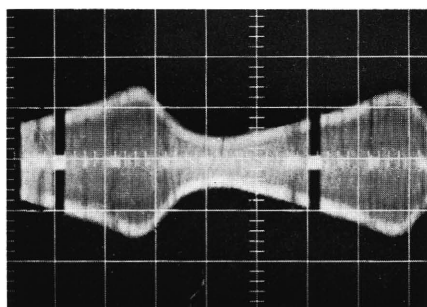
Fig. 6 から素子温度 $T(t)$ 、静電容量 $C(t)$ および比誘電率 $\epsilon_r(t)$ は位置 θ （すなわち時間）に対してほぼ正弦波状に変化しているとみなしてよく、(6)、(11) 式および (15) 式に示したごとく $T(t)$ は $C(t)$ および $\epsilon_r(t)$ に対して逆相の関係にあることがわかる。なお、この場合には平均温度 $T_a = 305(^{\circ}\text{K})$ 、平均静電容量 $C_a = 0.32 \times 10^{-6} (\text{F})$ である。

area	S	$2.6 \times 2.6 \times 10^{-4} (\text{m}^2)$
thickness	d	$2 \times 10^{-4} (\text{m})$
Curie constant	C^*	$2.0 \times 10^3 (^{\circ}\text{K})$
Curie point	T_c	$287 (^{\circ}\text{K})$
density	ρ	$5.5 \times 10^3 (\text{kg}/\text{m}^3)$
specific heat	s	$0.42 \times 10^3 (\text{J}/\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{K})$
thermal conductivity	k	$0.965 (\text{J}/\text{s} \cdot \text{m} \cdot ^{\circ}\text{K})$

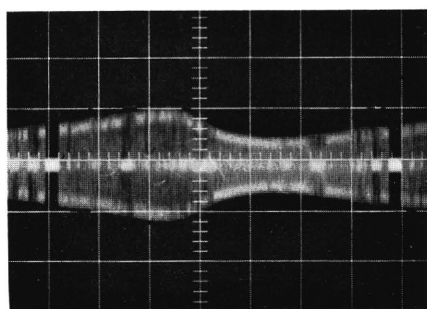
Table 1 Constants of thermoelectric element
($\text{BaTiO}_3 + \text{CaSnO}_3$ ceramic)



(a) $f=0.06(\text{c/s})$
Vertical scale : 0.5V/cm
Horizontal scale : 2sec/cm



(b) $f=0.2(\text{c/s})$
Vertical scale : 0.5V/cm
Horizontal scale : 1sec/cm



(c) $f=0.3(\text{c/s})$
Vertical scale : 0.5V/cm
Horizontal scale : 0.5sec/cm

Fig. 4 V_r taken by a synchroscope.
Dark mark indicates $\theta=270^\circ$

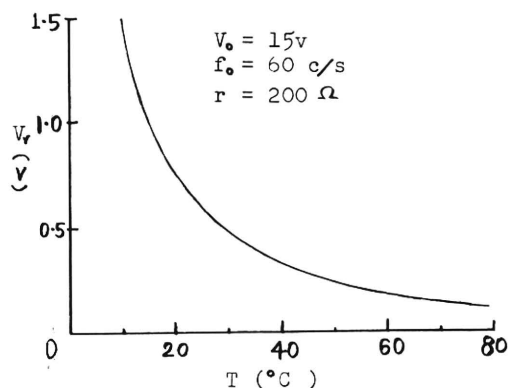


Fig. 5 Calibration curve of temperature

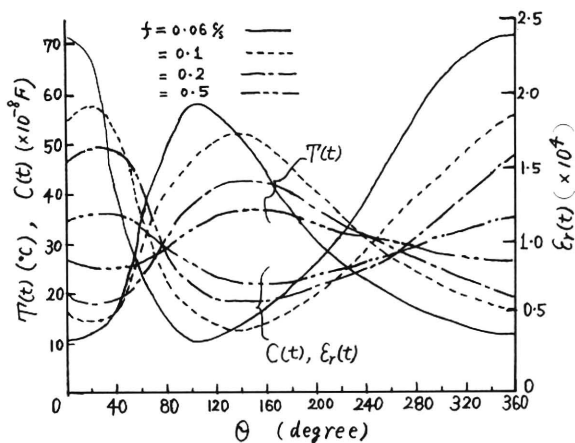
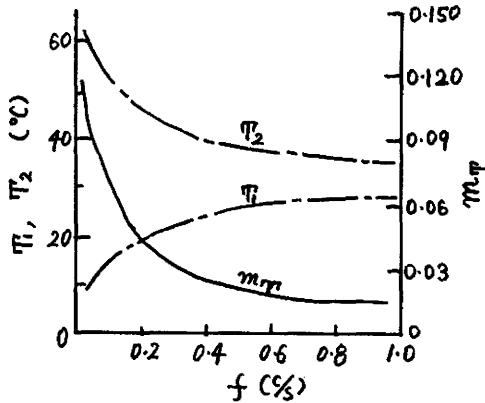


Fig. 6 Change of capacitance, temperature and specific dielectric constant v.s. the rotation of the element.

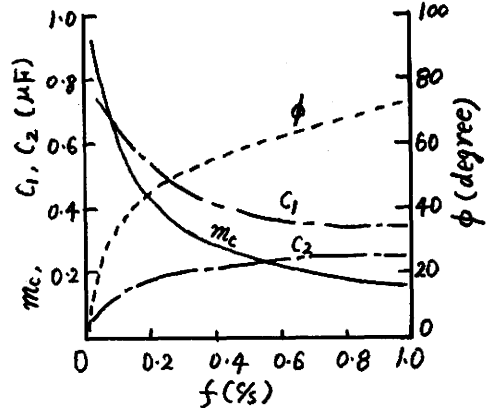
さらに Fig. 6 から各 f について最低温度 T_1 および最高温度 T_2 ならびにそのときの静電容量の値 C_1 , C_2 および(7), (16式で定義した温度と静電容量の 変化率 m_T , m_C を求め, これらの f に対する変化を図示すれば Fig. 7 (a), (b) のようになる. Fig. 7 は(7), (8), (16d), (17式)の形とよく一致し, 諸量を求めると $\Delta T_0 = 36.6(^{\circ}\text{K})$, $M_{T0} = 0.12$, $\Delta C_0 = 0.304 \times 10^{-6}(\text{F})$,

$M_{C0} = 0.95$, $r = 1.68$ (したがって $\xi = 7$) となる. また, 静的温度分布を描くと $\theta = 90^\circ$ で最高温度となるはずであるので, 動的温度分布(Fig. 6)における最高温度 T_2 と比較してその遅れを(7式)の ϕ とみなし, ϕ の f に対する変化をあわせて Fig. 7 (b) に示す.

(ii) 無負荷電圧 つぎに無負荷発生 電圧の変化を測定するため, Fig. 3 で $Z_l = \infty$ および充電電圧 $V_1 = 20(\text{V})$ として各熱サイクル数についての最高発生電圧 V_2 を求め, (22式)から電圧利得 G_V を求めたのが Fig. 8 の \times 印である. なお, 同図の実線は(22式)で $\xi = 7$, $M_{C0} = 0.95$ のときの理論値であっ

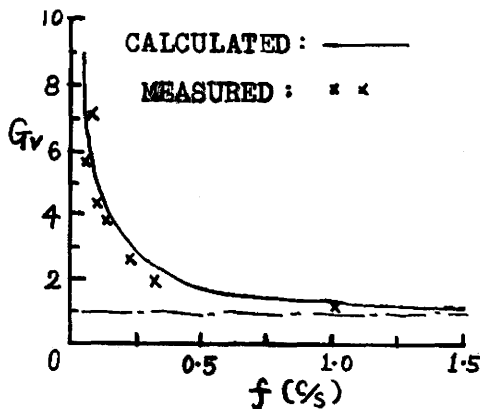


(a) Heat cycle dependences of temperature of thermoelectric element.



(b) Heat cycle dependences of static capacitance and lagging phase angle.

Fig. 7 Heat cycle dependences of thermoelectric element.

Fig. 8 Heat cycle dependence of no load voltage gain G_v

て両者はよく一致していることがわかる。

以上実験結果を照合してみても、本解析が熱誘電発電現象をかなりよく説明できることがわかった。ただ、ここで $\varepsilon=7$ と比較的大きな補正係数を必要とするのは次の理由にもとづく。すなわち Fig. 3 のような装置では熱的環境が複雑となって付録 [I] および 2・1 において述べたような素子温度の振幅 ΔT および位相遅れ ϕ が単に素子の物理的定数だけで定まらないこと、および Fig. 6 にみるように熱波形がかなり歪み正弦波状でないことである。したがって、実際に ε は、たとえば (16d) 式の形を用いて実測した Fig. 7 (b) の m_c 対 f 曲線から決めればよい。

3 等価回路による負荷特性の解析^{(4), (5)}

3・1 等価回路 熱サイクルにより素子の静電容量が図式のように変化しているとき本発電器に負荷インピーダンス Z_L をとった Fig. 2 のような場合を考える。そのときの素子の端子電圧が (9) 式の形にしたがって

$$v(t) = V_a + v \quad \dots\dots\dots (23)$$

のように表わされるものと仮定すれば、 Z_L の端子電圧は (20a) 式を用いて $m_c V_1 + v$ となる。ここに v は $C(t)$ の変化に伴う電圧の変化分で交流成分を意味する。このときの任意の時間における素子の電荷 Q は図式および (23) 式より

$$Q = C(t) \cdot v(t) = \{C_a - \Delta C \cos(\omega t - \phi)\} (V_a + v) \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる。一方、Fig. 2 に示す回路において $C(t)$ の変化に伴う電流 (交流成分) を i_L とすると交流分についての回路方程式は

$$v + i_L Z_L = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

i_L は $i_L = dQ/dt$ で与えられるので、(24) 式を時間 t で微分して (25) 式に代入すると

$$\omega \Delta C V_a \sin(\omega t - \phi) + C_a \frac{dv}{dt} - \Delta C \frac{d}{dt} \{v \cos(\omega t - \phi)\} = -v/Z_L \quad \dots\dots\dots (26)$$

である。一般に $V_a > v$ であるので左辺第3項は省略され

$$-C_a \, dv/dt - v/Z_l = \omega \Delta C V_a \cos(\omega t - \phi') \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\phi' = \phi + \pi/2 \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここで(27)式の左辺第1項、第2項および右辺をそれぞれ $i_{ca} = -C_a \, dv/dt$, $i_l = -v/Z_l$, $i_s = \omega \Delta C V_a \cos(\omega t - \phi')$ とおくと, $i_s = i_{ca} + i_l$ となって本器は Fig. 9 で示すような等価回路で表わされる。この場合, 電流源は熱源に対して ϕ' の位相遅れを有し, 素子の温度に対しては $\pi/2$, 比誘電率および静電容量変化に対しては $3\pi/2$, の位相遅れを持つことになる。

3・2 負荷電圧, 電流および出力電力

(i) $Z_l = R_l$ の場合, 等価回路(Fig. 9)をもとにして負荷が純抵抗 R_l のときの本器の定常特性を考えることにする。いま, (28)式に仮定した交流分 v を求めるため

$$v = R_l (\dot{V}_l e^{j\omega t}) \quad i_s = R_e (\dot{I}_s e^{j\omega t})$$

$$\dot{I}_s = |\dot{I}_s| e^{-j\phi'} \quad |\dot{I}_s| = \omega \Delta C V_a$$

とおき(\dot{V}_l , \dot{I}_s は最大値とする), (27)式を解いて

$$v = |\dot{V}_l| \cos(\omega t - \phi) \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに } |\dot{V}_l| &= \omega \Delta C V_a R_l / (1 + \omega^2 C_a^2 R_l^2)^{1/2} & (a) \\ \phi &= \phi - \delta, \quad \delta = \tan^{-1} \{1/(\omega C_a R_l)\} & (b) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (30)$$

となる。また, 負荷電流 $|\dot{I}_l|$ は

$$|\dot{I}_l| = \omega \Delta C V_a / (1 + \omega^2 C_a^2 R_l^2)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (31)$$

となる。上式中の V_a は(20a)式で与えられている。また, 平均電圧すなわち直流分も含めた場合の負荷電圧の瞬時値 $v_l(t)$ は

$$v_l(t) = m_c V_1 + |\dot{V}_l| \cos(\omega t - \phi) \quad \dots\dots\dots (32)$$

素子の端子電圧の瞬時値 $v(t)$ は(29), (32)式から

$$v(t) = V_a + |\dot{V}_l| \cos(\omega t - \phi) \quad \dots\dots\dots (33)$$

となる。いま, 無負荷の状態すなわち(30)式で $R_l \rightarrow \infty$ とすれば $\phi = \phi$, $|\dot{V}_l|_{R_l \rightarrow \infty} = m_c V_a$ となり, (33)式は(19)式で求めた無負荷電圧と一致する。

つぎに負荷抵抗 R_l 中に取り出される平均電力を求めよう。本発電器では一熱サイクルのうち半サイクルは充電期間となり, 他の半サイクルだけ放電して負荷電流を与えることを考慮すれば, 本発電器の平均出力電力は通常定義される電力 $|\dot{V}_l|/\sqrt{2}|^2/R_l$ の $1/2$ となるので (30a) 式を用いてこれを計算すると

$$P_a = \{\omega \Delta C (1 + m_c) V_1\}^2 R_l / 4 \{1 + (\omega C_a R_l)^2\} \quad \dots\dots\dots (34)$$

になる。

一方, 出力電力の最適負荷 $R_{l, opt}$ は $\partial P_a / \partial R_l = 0$ を満足する R_l の値となり, これを求めると

$$R_{l, opt} = 1/(\omega C_a) \quad \dots\dots\dots (35)$$

となる。このときの出力電力 $P_{a, opt}$ は(35)式を(34)式の R_l に代入, (16), (17)式を用いたときの P_a で

$$\begin{aligned} P_{a, opt} &= \omega \Delta C m_c (1 + m_c)^2 V_1^2 / 8 \\ &= \left(\frac{\pi}{4} \right) m_c P_{c, 0} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (36)$$

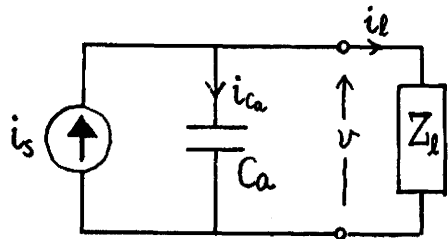


Fig. 9 Equivalent circuit of thermoelectric generator.

となり、 $P_{e,0}$ は(A-12)式の $\beta(T)$ を無視した変換電力であって次式で与えられる。

$$P_{e,0} = \frac{2\Delta TS \cdot df D_1^2}{2\epsilon_0 C^*} \quad \dots\dots\dots(37)$$

(36)式は $P_{a,opt}$ と $P_{e,0}$ の関係を与えるもので $m_c \leq 1$ なることより $P_{a,opt} < P_{e,0}$ となる。

(ii) $\dot{Z}_l = R_l + j\omega L$ の場合 $\dot{Z}_l = R_l$ の場合と同様に負荷電圧、電流および平均出力電力を求める
とそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} |\dot{I}_l| &= |\dot{I}_s|/A_1 \\ |\dot{V}_l| &= \sqrt{R_l^2 + (\omega L)^2} |\dot{I}_s|/A_1 \\ P_a &= \sqrt{R_l^2 + (\omega L)^2} |\dot{I}_s|^2 / (4 A_1^2) \\ A_1 &= \{(1 - \omega^2 C_a L)^2 + (\omega C_a R_l)^2\}^{1/2} \\ |\dot{I}_s| &= \omega \Delta C (1 + m_c) V_1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(38)$$

となる。

(iii) $\dot{Z}_l = R_l + \frac{1}{j\omega C}$ の場合

$$\left. \begin{aligned} |\dot{I}_l| &= |\dot{I}_s|/A_2 \\ |\dot{V}_l| &= \sqrt{R_l^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} |\dot{I}_s|/A_2 \\ P_a &= \sqrt{R_l^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} |\dot{I}_s|^2 / (4 A_2^2) \\ A_2 &= \left\{ \left(1 + \frac{C_a}{C}\right)^2 + (\omega C_a R_l)^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(39)$$

である。なお、(ii)，(iii)において $R_l \rightarrow 0$ にすれば純インダクタンス負荷 $\dot{Z}_l = j\omega L$ および純容量負荷 $\dot{Z}_l = 1/j\omega C$ のときの電圧、電流が求められる。

3・3 実効効率 ここでいう実効効率とは熱入力エネルギーから変換された電気エネルギーが実際にどれだけ負荷に供給されたかを示す。これに対して付録[Ⅱ]に示す変換効率とは単に熱入力エネルギーがどのような割合で電気エネルギーに変えられたかを示すものにすぎない。

実効効率の一般式を求めるには誘電体の熱力学的考察をしなければならない。いま、Fig. 1のような熱サイクルを仮定するとき一サイクルの間に素子が吸収する熱入力エネルギー q (J)は(A-5)式で与えられ、さらに(7)，(12)式および(16)式を用いれば

$$q = S \cdot d(B_1 + B_2) \quad \dots\dots\dots(40)$$

$$B_1 = 2\rho s \Delta T + T_a \epsilon_0 \epsilon_{ra}^2 E_1^2 (1 + m_r) (1 + m_c)^2 / (2C^*) \quad \dots\dots\dots(41)$$

$$B_2 = \{\epsilon_0 \epsilon_{ra} E_1 (1 + m_c)\}^4 \{T_a \beta'(T_1) (1 - m_r) + \beta(T_2) - \beta(T_1)\} / 4 \quad \dots\dots\dots(42)$$

である。一方、負荷抵抗 R_l に供給される一サイクル当りの電気エネルギーは(34)式を f で割って得られるから実効効率 η_e は

$$\eta_e = \frac{P_a/f}{q} = \frac{f \pi^2 \Delta C^2 (1 + m_c)^2 V_1^2 R_l}{S \cdot d (1 + \omega^2 C_a^2 R_l^2) (B_1 + B_2)} \quad \dots\dots\dots(43)$$

となる。素子の静電容量が電界によって変化する影響を無視すると $\beta(T) = 0$ であるから(42)式の B_2 は0となり(43)式は

$$\eta_{e,0} = f \pi^2 \Delta C^2 (1 + m_c)^2 V_1^2 R_l / \{S \cdot d (1 + \omega^2 C_a^2 R_l^2) B_1\} \quad \dots\dots\dots(44)$$

となる。 q が負荷に無関係なことから、 η_e 、 $\eta_{e,0}$ も電力 P_a と同じように(35)式を満足する負荷に対して最大となることは明らかである。そのときの実効効率 $\eta_{e,opt}$ 、 $\eta_{e,0,opt}$ は(35)式を(43)式および(44)式に代入して(46)式を用い

$$\eta_{e,opt} = \pi \Delta C m_c (1 + m_c)^2 V_1^2 / \{4 S \cdot d (B_1 + B_2)\} \quad \dots\dots\dots(45)$$

$$\eta_{e,0,opt} = \frac{\pi \Delta C m_c (1 + m_c)^2 V_1^2}{(4 S d B_1)} \quad \dots\dots\dots (46)$$

となる。さらに(7), (12), (16)式および(36)式を用いると(46)式は

$$\eta_{e,0,opt} = \frac{\pi}{4} \cdot m_c \cdot \eta_{c,0} \quad \dots\dots\dots (47)$$

となる。ここに $\eta_{c,0}$ は(A-11)式で示す変換効率 η_c の $\beta(T)$ の項を無視したもので

$$\eta_{c,0} = \frac{2 \Delta T D_1^2}{T_2 D_1^2 + 4 \rho s \epsilon_0 C^* \Delta T} \quad \dots\dots\dots (48)$$

である。(47)式は実効効率と変換効率の関係を表わす式で、 $m_c \leq 1$ であることより実効効率は変換効率より小さいことがわかる。

3・4 熱サイクル数が負荷特性に与える影響 負荷特性が熱サイクル数によってどのように変化するかを考える。それには前節までの負荷特性関係式の諸量が熱サイクル数 f によって如何に変わるかを2章の結果をもとにして検討すればよい。

(i) 負荷電圧および電流 抵抗負荷をとった場合の負荷電圧の振幅は(30a)式で与えられるので、これに(20a), (16)式を代入して f に関係する項と関係しない項とに分けて整理すれば

$$|\dot{V}_t| = \frac{2\pi \Delta C_0 V_1 R_t}{\sqrt{1 + (2\pi C_a R_t)^2 f^2}} \sum_{n=1}^2 F_n \cdot f \cdot e^{-n\gamma\sqrt{f}} \quad \dots\dots\dots (49)$$

となる。これに(35)式を代入すると最適負荷をとったときの負荷電圧が求まり、その結果は

$$|\dot{V}_t|_{opt} = \frac{M_{c0} V_1}{\sqrt{2}} \sum_{n=1}^2 F_n \cdot e^{-n\gamma\sqrt{f}} \quad \dots\dots\dots (50)$$

となる。負荷電流(31)式についても同様にして

$$|\dot{I}_t| = \frac{2\pi \Delta C_0 V_1}{\sqrt{1 + (2\pi C_a R_t)^2 f^2}} \sum_{n=1}^2 F_n \cdot f \cdot e^{-n\gamma\sqrt{f}} \quad \dots\dots\dots (51)$$

$$|\dot{I}_t|_{opt} = \frac{2\pi \Delta C_0 V_1}{\sqrt{2}} \sum_{n=1}^2 F_n \cdot f \cdot e^{-n\gamma\sqrt{f}} \quad \dots\dots\dots (52)$$

となる。ここで(49)~(52)式の F_n は $F_1 = 1$, $F_2 = M_{c0}$ であって、熱源および素子により決まり熱サイクル数には無関係である。(49), (51)式より負荷電圧および負荷電流の f 依存性はまったく同じであって $f \rightarrow 0$ の場合も、 $f \rightarrow \infty$ の場合もそれぞれの値はともに0となり、その間のある値のとき最大となる。また(52)式の $|\dot{I}_t|_{opt}$ も同様で f がある一定の値をとるとき最大となる。これに対し(50)式の $|\dot{V}_t|_{opt}$ は $f \rightarrow 0$ で有限値 $\frac{M_{c0} V_1 (1 + M_{c0})}{\sqrt{2}}$ をもつが、 f の増加とともに単調に減少し、 $f \rightarrow \infty$ で0となる。

(ii) 出力電力 出力電力は(34)式で与えられている。これについても同様の方法で熱サイクル数依存性を求めると

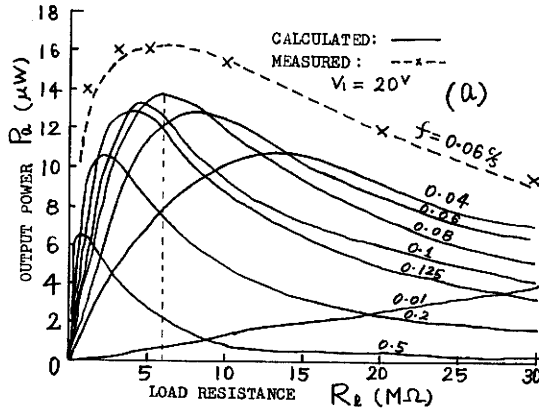
$$P_a = \frac{(\pi \Delta C_0 V_1)^2 R_t}{1 + (2\pi C_a R_t)^2 f^2} \sum_{n=2}^4 F_n' \cdot f^2 e^{-n\gamma\sqrt{f}} \quad \dots\dots\dots (53)$$

となる。最適負荷 $R_{opt} = \frac{1}{\omega C_a}$ のときの出力電力は(36)式より

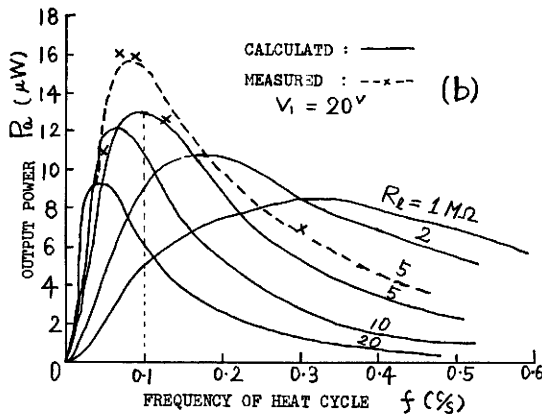
$$P_{a,opt} = \frac{\pi \Delta C_0 M_{c0} V_1^2}{4} \sum_{n=2}^4 F_n' \cdot f \cdot e^{-n\gamma\sqrt{f}} \quad \dots\dots\dots (54)$$

ここに F_n' は、 $F_2' = 1$, $F_3' = 2M_{c0}$, $F_4' = M_{c0}^2$ である。(53)式より出力電力 P_a も $f \rightarrow 0$ と $f \rightarrow \infty$ でともに0, ある $f = f_m$ で最大となる。 $P_{a,opt}$ も同様にその値を最大にする f を持つが、(54)式を満足する最適熱サイクル数 f_{opt} で動作させ、かつ $R_{t,opt} = \frac{1}{2\pi f_{opt} C_a}$ なる最適負荷をとる場合以外は f_{opt} の値は f_m の値と一致しない。なお、本器で最大の電力が得られるのは f_{opt} かつ $R_{t,opt}$ で動作させたときである。

いま, Fig. 7 の静電容量変化を用いて, $V_1=20(\text{V})$ のもとで f をパラメーターとして P_a の負荷特性を計算, 図示すれば Fig. 10(a) 実線となり, $V_1=20(\text{V})$ のもとで R_L をパラメーターにして P_a の熱サイクル数特性を計算, 図示すれば Fig. 10(b) 実線となる。また同じく $V_1=20(\text{V})$ のもとで $P_{a, \text{opt}}$ の熱サイクル数特性を示せば Fig. 11(a) 実線となり, これは Fig. 10(b) の P_a の最大となる点を f についてつらねて示したものと同一結果になる。Fig. 11(b) は出力電力 $P_{a, \text{opt}}$ が充電電圧 V_1 によって如何に変化するかを(54)式から示したもので V_1^2 に比例して増大していることがわかる。

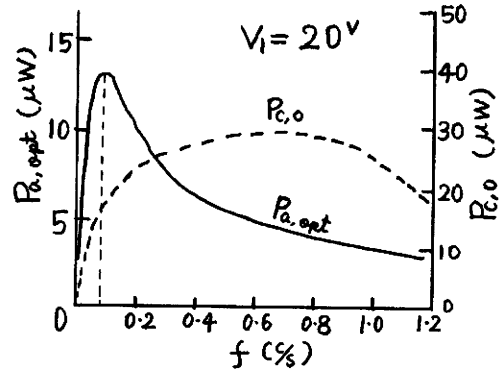


(a) Load resistance dependence of output power P_a at different heat cycle.

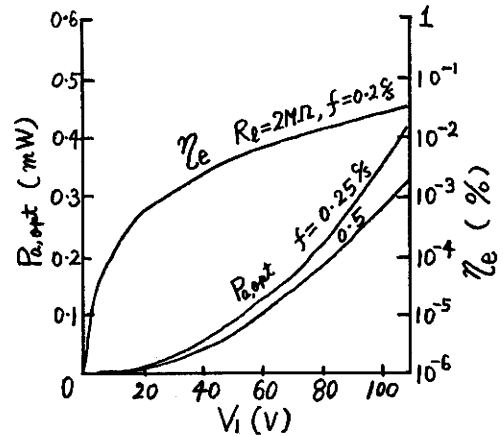


(b) Heat cycle dependence of output power P_a at different load resistance.

Fig. 10 Characteristics of output power P_a .



(a) Heat cycle dependences of converted power $P_{c,o}$ and optimum output power $P_{a, \text{opt}}$.



(b) Initially charging voltage (V_1) dependences of effective efficiency η_e and optimum output power $P_{a, \text{opt}}$.

Fig. 11 Heat cycle dependences of power and initially charging voltage dependences of power and efficiency.

(iii) 実効効率 実効効率についても同様に(43)式より

$$\eta_e = \frac{(\pi \Delta C_0 V_1)^2 R_L}{S \cdot d \{1 + (2\pi C_a R_L)^2 f^2\} (B_1' + B_2')} \sum_{n=2}^4 F_n' \cdot f \cdot e^{-n\sqrt{f}} \quad \dots\dots\dots (55)$$

$$B_1' = 2\rho s \Delta T_0 e^{-\sqrt{f}} + \epsilon_0 \epsilon_{ra}^2 T_a E_1^2 (1 + M_{r0} e^{-\sqrt{f}}) (1 + M_{c0} e^{-\sqrt{f}})^2 / (2C^*)$$

$$B_2' = \Delta \beta_0 T_a (\epsilon_0 \epsilon_{r1} E_1)^4 (1 + M_{r0} e^{-\sqrt{f}}) (1 + M_{c0} e^{-\sqrt{f}})^4$$

である。上式の $\Delta\beta_0$ は $\beta(T)$ 対 T を直線特性とみなして近似したときの温度勾配であって

$$\beta(T_2) - \beta(T_1) = 2\Delta T_0 \Delta\beta_0 e^{-r\sqrt{f}} \quad \beta'(T_1) = \Delta\beta_0$$

の関係にあり、負である。

また最適負荷 $R_{l\text{opt}} = \frac{1}{2\pi f C_a}$ のときは(45)式より

$$\eta_{e\text{opt}} = \frac{\pi \Delta C_0 M_{c0} V_1^2}{\{4Sd(B_1' + B_2')\}} \sum_{n=2}^4 F_n' \cdot e^{-n r \sqrt{f}} \quad \dots\dots\dots (56)$$

となる。この場合も素子の静電容量が電界によって変化しないものとすれば $\beta(T) = 0$ であるので(55), (56)両式の B_2' は0となる。このときの実効効率は(7), (12), (16)式を用い(47)式から

$$\eta_{e,0,\text{opt}} = \frac{\pi}{4} \cdot M_{c0} e^{-r\sqrt{f}} \cdot \eta_{c,0} \quad \dots\dots\dots (57)$$

となる。ここで $\eta_{c,0}$ は(48)式に示すもので、これを書きかえれば

$$\eta_{c,0} = \left[\frac{1}{2} + \frac{e^{r\sqrt{f}}}{2M_{T0}} + \frac{2\rho s C^*}{\epsilon_0 \epsilon_{ra}^2 E_1^2 (1 + M_{c0} e^{-r\sqrt{f}})^2} \right]^{-1} \quad \dots\dots\dots (58)$$

である。 $\frac{\partial \eta_{c,0}}{\partial f} < 0$ であるから、 $\eta_{c,0}$ は f に関して減少関数であり $f \rightarrow 0$ で

$$Y = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2M_{T0}} + \frac{2\rho s C^*}{\epsilon_0 \epsilon_{ra}^2 E_1^2 (1 + M_{c0})^2} \right]^{-1}$$

なる有限値を、 $f \rightarrow \infty$ では0なる値をもつ。このため $\eta_{e,0,\text{opt}}$ も $f \rightarrow 0$ で $\frac{\pi}{4} M_{c0} Y$ 、 $f \rightarrow \infty$ で0になる。

いま $V_1 = 100$ (V)とし、Fig. 7の温度および静電容量変化を用いて、 η_e および $\eta_{e\text{opt}}$ を f について(55), (56)式より計算すればFig. 12に示すとおりである。これより $\eta_{e,\text{opt}}$ は η_e の各負荷抵抗についての最大の値の点をつらねた包絡線となることがよくわかる。また熱サイクル数が低いときの最適負荷は(35)式に示されるように非常に大きな値が必要となり、極端な場合として $f \rightarrow 0$ で $R_{l\text{opt}} = \infty$ になってしまう。なお、充電電圧 V_1 を大きくしたときの実効効率 η_e の増大の様子はFig. 11 (b)に示すとおりであって、電圧が十分大きくなれば本器の変換効率はカルノー効率に近づく。

3・5 実験結果 Fig. 3の装置で素子 C_I のみ用い $f = 0.06$ (c/s)、 $V_1 = 20$ (V)として負荷抵抗をかえたときの出力電力 P_a を前報⁽³⁾と同様な方法で測定した結果はFig. 10(a)の点線で示すとおりである。

また、 $R_l = 5$ (M Ω)、 $V_1 = 20$ (V)として熱サイクル数 f をかえたときの出力電力 P_a を測定し、図示したのがFig. 10 (b)の点線である。

これらの結果をそれぞれ同図(a) $f = 0.06$ (c/s)、(b) $R_l = 5$ M Ω の実線 (理論値)と比較照合すると両者はかなりよく一致していることがわかる。

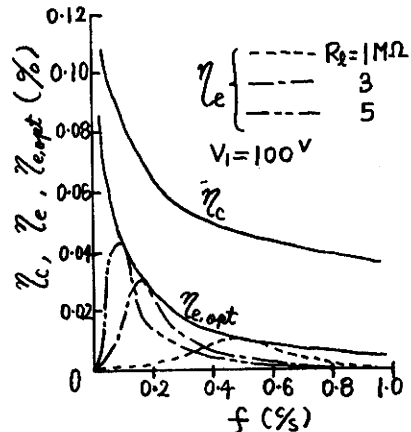


Fig. 12 Heat cycle dependences of conversion efficiency η , effective efficiency η_e and optimum effective efficiency $\eta_{e,\text{opt}}$.

4 変換電力および変換効率の熱サイクル数依存性⁽⁶⁾

4・1 変換電力 変換電力は(A-12)式で与えられる。そこで前章同様にして f の関数である

ΔT , ε_{r1} および $\beta(T)$ を(7), (3)式等を用いて整理すれば

$$P_c = \sum_{n=1}^5 F_n'' f \cdot e^{-n\pi\sqrt{f}} \quad \dots\dots\dots(59)$$

ここで $F_1'' = G + H$, $F_2'' = 2(G + 2H)M_{c0}$, $F_3'' = (G + 6H)M_{c0}^2$

$$F_4'' = 4HM_{c0}^3$$

$$F_5'' = HM_{c0}^4$$

$$G = \Delta T_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{ra}^2 E_1^2 S \cdot d / C^*$$

$$H = (1/2) \Delta \beta_0 \Delta T_0 (\varepsilon_0 \varepsilon_{ra} E_1)^4 S d$$

となる。(59)式から変換電力も出力電力 P_a , $P_{a\text{opt}}$ などと同様の f 依存性を有し, $\beta(T)$ の効果が大きくなるほど P_c の値を最大にする f は大きいほうに移行する。しかし, 実際は $\beta(T)$ を含む項は小さく, $G \gg H$ であるから, f が数サイクル以下ならば第2項までの近似で十分である。

また(A-12)式ではじめから $\beta(T)$ を無視したときの変換電力 $P_{c,0}$ は(57)式であり, この f 依存性は同様にして

$$P_{c,0} = \sum_{n=1}^3 F_n''' f \cdot e^{-n\pi\sqrt{f}} \quad \dots\dots\dots(60)$$

ここで $F_1''' = G$, $F_2''' = 2GM_{c0}$, $F_3''' = GM_{c0}^2$

であって, G は(59)式のときと同じである。したがって, $P_{c,0}$ の f 依存性は P_c と全く同様である。

いま $V_1 = 20(\text{V})$ とし Fig. 7 の結果を用いて計算した $P_{c,0}$ を Fig. 11(a) に点線で示す。また同図の $P_{a\text{opt}}$ と $P_{c,0}$ は(36)式の関係にあることは前述のとおりである。

4・2 変換効率 (A-11)式に示す変換効率の一般式についても同様にして

$$\eta_c = \frac{1}{B_1' + B_2'} \left\{ \frac{1}{C^*} \Delta T_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{ra}^2 E_1^2 (1 + M_{c0} e^{-\pi\sqrt{f}}) e^{-\pi\sqrt{f}} \right. \\ \left. + (1/2) \Delta T_0 \Delta \beta_0 (\varepsilon_0 \varepsilon_{ra} E_1)^4 (1 + M_{c0} e^{-\pi\sqrt{f}})^4 e^{-\pi\sqrt{f}} \right\} \quad \dots\dots\dots(61)$$

となる。また(61)式で $\beta(T)$ の項を無視したときの変換効率 $\eta_{c,0}$ は(58)式である。(61)式も(58)式同様 f の単調減少関数であって $f \rightarrow \infty$ で 0 となる。

$V_1 = 100(\text{V})$ とし, Fig. 6 を用いて η_c の f に対する変化を計算した結果を Fig. 12 に示した。

5 最適動作について^{(4),(5),(6)}

3章においては帰還充放電方式熱誘電発電器の等価回路をもとにして, 出力電力および実効効率には最適負荷 $R_{l\text{opt}}$ が存在すること, および逆に負荷を $R_{l\text{opt}}$ に選んだときには出力 $P_{a\text{opt}}$ を最大にする最適熱サイクル数 f_{opt} が存在することを明らかにした。

本章においては本発電器の許容熱サイクル数 f_a について検討を加え, その後, 本発電器を設計する上に必要な最適動作条件を検討しようとするものである。

5・1 許容熱サイクル数 いま, Fig. 3 のように $T_a + \Delta T_0 (^{\circ}\text{K})$ なる加熱源および $T_a - \Delta T_0 (^{\circ}\text{K})$ なる冷却源を固定し, その間に熱誘電素子を置いて, これを $f(\text{c/s})$ なる速度で回転させることによって熱サイクルを与えるものとすれば, 素子は $0^{\circ} \sim 180^{\circ}$ まで加熱され, $180^{\circ} \sim 360^{\circ}$ まで冷却されることになる。 f が十分小さく 0 に近ければ(7)式の位相遅れ ϕ も 0 に等しく, 90° の位置すなわち加熱源に直面の位置の素子が最高温度 T_2 になる。また, f が増大すれば ϕ も \sqrt{f} に比例して増大してゆく。したがって, 有効に加熱, 冷却を行なわせるためには $\phi \leq \frac{\pi}{2}$ でなければならないから(7)式と組み合わせて

$$f \leq \frac{k\pi}{\rho S \varepsilon^2 d^2} \quad \dots\dots\dots(62)$$

が得られる。ゆえに本器の許容熱サイクル数 $f_a(\text{c/s})$ は(62)式の極限值

$$f_a = \frac{k\pi}{\rho s \xi^2 d^2} \dots\dots\dots (63)$$

となるべきである。上式より素子の s , ρ , d が小さいほど, また k が大きいほど素子に与える許容熱サイクル数を大きくすることができるほか, 熱的環境によって支配される補正係数 ξ が小さくなるほど f_a は大きくなる。

5・2 最適動作の検討 工学的な見地からの最適動作とは熱系や素子に一定の条件が与えられているとき負荷に供給する電力を最大にすることである。すでに熱的環境が設定され, 素子の面積はじめ物理的定数が Table 1 のように決っている場合を考えよう。これらが決まると(53)式で示す電力のうちで ΔC_0 , C_a (したがって M_{co}) および γ が定数となるので, 負荷抵抗 R_l , 熱サイクル数 f および充電電圧 V_1 だけが可変量となる。可変量のうちで V_1 は大きいほど電力は大となるが, その上限は (a) 素子の絶縁耐力, (b) 素子の静電容量が印加電圧に対してほとんど一定とみなせる範囲の V_1 である, この2点で決まるという理由で一応除外して考えると結局 R_l および f のみが設計に際して一番重要な因子となる。

このようなことからつぎの2つの場合について検討しよう。

(i) R_l が一定で f が任意に変えられる場合および f が一定で R_l が任意に変えられる場合: この場合最適動作を行なわせるには (a) 熱サイクル数 f の値を与えられた負荷 R_l に対して(55)式を満足するように選ぶか, (b) R_l を与えられた f に対して(55)式を満足するように選ばばよいから

$$f = \frac{1}{2\pi C_a R_l} \dots\dots\dots (64)$$

となり, このときの出力電力および実効効率は上式の f (または R_l) をそれぞれ(53)および(55)式に代入すればよい。以上を Fig.10 について調べてみよう。まず (a) の場合は Fig.10(a) により, たとえば $R_l = 6 (M\Omega)$ ならばこの抵抗値のときの P_a を最大にする f を見出し, $f = 0.08 (c/s)$ と選ぶ。つぎに (b) の場合は Fig.10 (b) で $f = 0.1 (c/s)$ とすれば $R_l = 5 (M\Omega)$ のように選ぶことになる。

(ii) R , f ともに任意に選べる場合: この場合は(54)式を最大にする最適熱サイクル数 f_{opt} をまず選び, その上で(55)式を満足するような負荷抵抗を選ばばよい。この場合は Fig. 11(a) で $P_{a, opt}$ が最大となる $f = 0.09 (c/s)$ で動作させたことに相当する。したがって, このような動作条件が本器の真の最適動作である。

なお, 以上のようにして選んだ熱サイクル数が前記の許容熱サイクル数 f_a より大きくなる場合もおこりうるが, そのときには f_a なる熱サイクル数を用いるべきである。

さらに, 熱誘電素子を多数並列接続して一面を構成すれば, (a) 一定厚さ d のままで素子の面積 S が増したことになる(46)式の ΔC が大きくなるので(54)式で示す出力電力 P_a が増加する結果となる。このことを他方から考えると静電容量がふえれば一定の電圧 V_1 で充電しても蓄えられる電荷がふえ電力が増すということと一致する。(b) また同時に平均静電容量 C_a も増大するから本発電器の内部インピーダンスが低下する。したがって与えられた負荷抵抗が小さすぎて(55)式で示す最適動作条件の負荷が得られないようなときにはこのように多数の素子を並列接続して一面を構成して C_a を増すようにすればよい。このように多数の素子を並列接続することは出力電力を増加させることになるとともに一方インピーダンス整合の役目を行なわせるものであるから, はなはだ有効な手段といえよう。

この他インピーダンス整合を行なうには上記のように素子を並列接続しないで, あらたに負荷抵抗と並列にコンデンサ C_M を付加し $R_l = \frac{1}{\omega(C_a + C_M)}$ ならしめることも可能である。

以上は Fig. 3 に示す多面体Ⅲの一面に貼りつけた面積 $S (m^2)$ の素子 C_I のみについて考えてきたが, 同図のように他の面上に貼りつけた C_{II} , C_{III} , C_{IV} の4素子について考えれば電力は(54)式で示した値の約4倍となる。たとえば素子 C_I が加熱中に C_{III} が冷却, C_{II} が加熱中に C_{IV} が冷却, C_{IV} が

加熱中に C_i が冷却, というふうにして負荷電流を流せばよい(Fig. 3の接続は直流発電の場合であるが交流発電も可能である^{(4), (9)})。このように一般に一サイクルを m 分割するように素子を配列すれば, m の小さい範囲では理論上(34)式の m 倍の電力が得られるわけである。このような目的で現在, われわれの研究室で $m=12$, $V_1=160(V)$ で $f=0.05(c/s)$, 温度振幅 $\Delta T=25(^{\circ}K)$, 平均温度 $T_a=338(^{\circ}K)$, の熱サイクルを $S=6 \times 10^{-4}(m^2)$, $d=4 \times 10^{-4}(m)$ の素子45枚を一面とした回転四面板の各面に与え約50mWの直流電力を得ているが⁽⁷⁾, これらの詳細については別の機会にゆずる。

6 特性改善について

以上の結果では出力周波数(直流発電では問題にならないが交流発電では重要)および効率が低く, 内部インピーダンスが高い。しかし, これらはつぎにのべるように十分改善されうるものである。

まず, 周波数を高めるためには(i)素子自体の熱的応答を高める, すなわち(33)式の許容熱サイクル数 f_a を高める。このためには $5 \cdot 1$ でのべたことがらが素子に要求されるが, その中でも素子の厚さ d は2乗で寄与しているのでこれを薄くして発生周波数を高めればよい。(ii)これとは別に2個の素子を空間的に 180° 離して対(pair)にして発電器を構成し, これを n 対(帰還充放電方式, 充放電方式では n は任意整数であるが, 残留電荷方式では n は奇数でなければならない⁽⁹⁾)用いて $f(c/s)$ の熱サイクルを与えると, 得られる交流の出力周波数 $F(c/s)$ は

$$F = nf \quad \dots\dots\dots(65)$$

となる。したがって素子自体の改善はもちろん必要であるが, これとともに n を大きくすれば容易に高い周波数の交流, たとえば, 商用周波数の交流も得られることは実験結果よりも明らかである^{(4), (9)}。

また, 効率は(i) Fig. 11 (b) に示したように V_1 を高めれば改善され, 理論的の最高変換効率は $3 \cdot 4$ にのべたごとく印加電界を極めて大きくするとカルノー効率 $\left(\eta_{cal} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}\right)$ で与えられる。たとえば Fig. 6 の $f=0.1(c/s)$ のときの効率 $\eta_{cal}=9\%$ となり Si 太陽電池の効率に同等である。(ii)また, 1個の素子のみでは効率が低い場合でも $BaTiO_3$ 系固溶体で種々のキュリー点をもったものを作り, これらを熱的にカスケードに接続し, キュリー点の高いものから低いものへと熱を移動せしめれば, 作用温度振幅が拡大されることになり, そのきの全効率 η_t は

$$\eta_t = 1 - (1 - \eta)^N \quad \dots\dots\dots(66)$$

で与えられる。ここで N は素子の数, η は各素子の効率である⁽⁸⁾。たとえば $\eta=0.5(\%)$, $N=20$ とすれば $\eta_t=10(\%)$ と改善される。

内部インピーダンスも素子を薄膜にして f_a を高めるとともに多数の素子を並列接続して発電器を構成することによりかなり低下させうる。

したがって本論文の諸事項を加味し, 上述の特性の改善を行なえば新電源としての価値は十分あるものと考えられる。特に Si 太陽電池は入力として $11,000\text{\AA}$ 以下の波長の光源を必要とし, 内部インピーダンスは数 Ω と低く, かつ発生電圧は1V以下で高価であるのにくらべ, 本発電器は波長に制限なく単に最終的に熱エネルギーに変化する形の入力が必要で(たとえば光エネルギーでも熱エネルギーに変化しておりさえすればよい)比較的低温度の熱源によって重量当り大きな出力をもった(すなわち軽量な)高電圧の交・直流を容易に発生させることができる特徴をもっている。しかも製作は容易で安価であり, 高電圧発生器として, またサイクリックな熱源の得られる分野での独特な応用が開かれるであろう。

7 結 言

以上で帰還充放電方式熱誘電直接発電器の動作を最適ならしめる諸条件がわかったのでこれを用い本器の設計が容易にできるようになった。熱的環境や熱誘電素子の物理定数が与えられれば、出力を最大ならしめるための最適負荷および最適熱サイクル数が決定されるわけである。しかしながら、本解析の負荷特性は素子の静電容量の電圧依存性を考慮に入れていないので高電圧領域での動作については厳密性を欠くことに注意を要する。

最後に本研究は文部省科学試験研究費によったもので、御指導を仰いだ阪大熊谷教授、試料作製を担当された村田製作所佐份利、千田両部長および終始実験に協力された本学藤井技官、狩谷、米田両君に感謝する次第である。

〔付記〕 本論文は電気学会雑誌，第84巻11月号 *p.* 1836～1845, (1964) に掲載されたものに補筆したものである。

文 献

- 1) W. H. Cligman, R. G. Moore : J. Appl. Phys., **32**, 675～681, (1961—4)
- 2) J. D. Childress : J. Appl. Phys., **33**, 1793～1798, (1962—5)
- 3) 藤本 : 電気学会雑誌, **83**, 2080～2088, (1963—12)
 藤本, 松本, 松原 : 福井大学工学部研究報告, **12**, No. 1, 2, 129～150, (1964)
 藤本, 松本, 松原他 : 第24回応物学会講演予稿集, 4, Ⅱ—8, (1963—10)
- 4) 藤本, 松本 : 明日のエネルギーと直接発電, **2**, No. 1, 426～436, (1964)
 〃 : 電気学会直接発電専門委員会講演資料, (1964—4)
- 5) 〃 : 第11回応物関係連合講演会, 日本物理学会物性関係分科会合同講演会講演予稿集, 3, E—6, (1964—4)
- 6) 〃 : 昭和39年度電気四学会連合大会講演論文集, 9, (1964—4)
- 7) 〃 : 昭和39年度電気四学会, 北陸支部連合大会講演論文集, 21, (1964—10)
- 8) 吹田, 秋宗 : 明日のエネルギーと直接発電, **1**, No. 5, 158～168, (1963)
- 9) 藤本, 松本 : 福井大学工学部研究報告, **13**, No. 1, 2, 105～121, (1965)
 藤本, 松本 : 電気学会雑誌, **85**, (1965) (印刷中)
- 10) E. A. Guggenheim : Thermodynamics, North-Holland Publication Comp. (1959)

付 録

〔Ⅰ〕 素子温度について 本文 2・1 中で表面から x なる点の温度は(5)式で与えられた。したがって定常状態における厚さ d なる素子の温度は

$$T(t) = \frac{1}{d} \int_0^d T(x, t) dx \quad \text{.....(A-1)}$$

となるべきで、これに(5)式を代入して計算すると

$$T(t) = T_a + \Delta T \cos(\omega t - \phi) \quad \text{.....(A-2)}$$

ここで

$$\Delta T = \left\{ \Delta T_0 / (2ad) \right\} \left[\left\{ e^{-ad} (\cos ad - \sin ad) - 1 \right\}^2 + \left\{ e^{-ad} (\cos ad + \sin ad) - 1 \right\}^2 \right]^{1/2} \quad \text{.....(A-3)}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{e^{-ad} (\cos ad + \sin ad) - 1}{e^{-ad} (\cos ad - \sin ad) - 1} \right\} \quad \text{.....(A-4)}$$

$$a = \sqrt{\frac{\pi f}{K}}, \quad K = \frac{k}{\rho s}$$

となる。一方、本文では素子温度を簡単に素子の中央の温度、すなわち $x = d/2$ における温度と考え(6)式を用いた。両者の温度を比較するため Table 1 のような数値を入れて温度振幅 ΔT および位相遅れ ϕ を計算した結果は Table A-1 のようになり両者はよく一致している。したがって、熱サイクル数依存性などを考える際に複雑な (A-2) 式を用いず、簡単な後者の(6)式を用いることにした。

f(c/s)	$\Delta T / \Delta T_0$		ϕ (degree)	
	eq. (A-2)	eq. (6)	eq. (A-2)	eq. (6)
7.46	0.475	0.474	32.2	36.2
1.0	0.761	0.76	13.3	13.8
0.5	0.845	0.825	10.5	11.0
0.1	0.952	0.92	4.1	4.2

Table A-1 Comparison of eq. (6) and eq. (A-2)
(These were calculated under the condition of $\xi = 1$)

〔Ⅱ〕 q, P_c および η_c の導出⁽¹⁾ 本発電器の効率などの一般式を求めるためには誘電体の熱力学的特性を考慮する必要があるが、すでに Guggenheim 氏の論文⁽¹⁰⁾があり、これにもとづいて Clingman 氏等⁽¹¹⁾が本論文でいう変換電気エネルギーおよび変換効率を求めている。変換効率というのは負荷の効果は考慮に入れず、単に物理的に熱系と電気系との間の変換を取扱った効率で工学的には余り意味をもたない。

いま Fig. 1 のような熱サイクルを考えると 1 サイクル中に素子が吸収する熱、すなわち熱的入力状態 1 より 3 へ移る間の素子の内部エネルギー増加と素子が外部回路にする電気的仕事の和に等しく次式で与えられる。

$$q = S \cdot d \left[\int_{T_1}^{T_2} s(D_1, T) dT + \int_0^D D T_2 \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{\epsilon(D, T_2)} \right) dD \right] \quad \text{.....(A-5)}$$

ここに $s(D, T) = s(0, T) - \int_0^D D T \frac{\partial^2}{\partial T^2} \left(\frac{1}{\epsilon(D, T)} \right) dD$ であって比熱、 $\epsilon(D, T)$ は誘電率であって、両者とも電束密度 D および温度 T の関数である。

また、同じく一サイクル中に熱エネルギーより変換される電気エネルギーがすべて負荷に供給されるものと考えれば、状態 2 より 3 へ移る間に素子が外部回路にする仕事から、状態 0 より 1 に移る間に電源によって素子がうけた仕事を差引いたもので

$$\Delta W = S \cdot d \int_0^D D \left\{ \left[\frac{1}{\epsilon(D, T_2)} \right] - \left[\frac{1}{\epsilon(D, T_1)} \right] \right\} dD \quad \text{.....(A-6)}$$

となる。いま素子の電界 E と電束密度 D の関係を

$$D = \alpha(T) D + \beta(T) D^3 \quad \text{.....(A-7)}$$

のように近似すれば

$$\alpha(T)^{-1} = \frac{\epsilon_0 C^*}{T - T_c} \quad \text{(a)}$$

$$\frac{1}{\epsilon} = \frac{E}{D} = \frac{T - T_c}{\epsilon_0 C^*} + \beta(T) D^2 \quad \text{(b)} \quad \text{.....(A-8)}$$

となるから、これを比熱および(A-5), (A-6)式に代入し、比熱の温度依存性を無視すれば

$$q = S \cdot d \left[\rho s(T_2 - T_1) + \frac{T_2 D_1^2}{2\epsilon_0 C^*} + \frac{D_1^4}{4} \left\{ T_1 \beta'(T_1) + \beta(T_2) - \beta(T_1) \right\} \right] \quad \cdots \cdots (A-9)$$

$$\Delta W = S \cdot d \left[\frac{D_1^2 (T_2 - T_1)}{2\epsilon_0 C^*} + \frac{D_1^4}{4} \left\{ \beta(T_2) - \beta(T_1) \right\} \right] \quad \cdots \cdots (A-10)$$

となる。したがって変換効率 η_c は

$$\eta_c = \frac{T_2 - T_1 + \frac{D_1^2 \epsilon_0 C^*}{2} \{ \beta(T_2) - \beta(T_1) \}}{T_2 + \frac{2\rho s \epsilon_0 C^* (T_2 - T_1)}{D_1^2} + \frac{\epsilon_0 C^* D_1^2}{2} \{ T_1 \beta'(T_1) + \beta(T_2) - \beta(T_1) \}} \quad \cdots \cdots (A-11)$$

となる。また変換電力は $P_C = f \Delta W$ であるから

$$P_C = S \cdot d \cdot f \left[\frac{D_1^2 (T_2 - T_1)}{2\epsilon_0 C^*} + \frac{D_1^4}{4} \{ \beta(T_2) - \beta(T_1) \} \right] \quad \cdots \cdots (A-12)$$

と与えられる。ただし

$$\beta'(T) = \frac{d\beta(T)}{dT} \quad , \quad D_1 = \epsilon_0 \epsilon_{-1} E_1 \quad , \quad E_1 = \frac{V_1}{d}$$

である。

(昭和39年 9 月26日受理)